

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО
Проректор по учебной работе

А.А. Воронов

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Основы общей теории относительности
по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Фундаментальная и прикладная физика природных систем Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра теоретической физики им. Л.Д. Ландау
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: С.Н. Вергелес, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической физики им. Л.Д. Ландау 28.05.2021

Аннотация

В начале XX века в естествознании утвердилась великая идея о том, что эффекты гравитации полностью обусловлены эффектами кривизны пространства-времени. Наоборот, кривизна пространства-времени создаётся движущейся в нём материей. Так возникла Общая теория относительности, другое название которой непосредственно отражает лежащие в её основе идеи --- геометродинамика. Можно сказать, что геометродинамика является наиболее общей из всех теорий поля, поскольку любая теория поля должна быть в конце концов сформулирована в искривлённом пространстве -времени, т.е. включена в общую теорию относительности. Геометродинамика позволяет поставить

и даёт физически интересные, хотя часто и удивительные, решения таких задач, которые в нерелятивистской ньютоновской теории даже не могли быть и поставлены. Например, это задача о распространении и об излучении гравитационных волн (которые были экспериментально зарегистрированы) или проблема эволюции Вселенной.

Первая часть курса лекций представляет собою сжатый курс дифференциальной геометрии. Изложение ведётся на языке дифференциальных форм. Это позволяет сформулировать и использовать структурные уравнения Картана. Такой подход ведёт к значительной экономии в конкретных вычислениях. Кроме того,

формулировка дифференциальной геометрии при помощи аппарата дифференциальных форм соответствует общепринятой в настоящее время практике в математической и физической литературе.

Во второй части курса лекций формулируется и обосновывается основное уравнение теории --- уравнение Эйнштейна. Затем при помощи уравнения Эйнштейна решаются классические задачи общей теории относительности: ньютоновское приближение, приближение слабых гравитационных полей и излучение гравитационных волн,

решение Шварцшильда для центрально-симметричного распределения материи (чёрная дыра), решение Фридмана уравнений Эйнштейна для однородной и изотропной Вселенной. Все эти задачи были поставлены и в основном решены самими создателями общей теории относительности. Поэтому обсуждение упомянутых задач содержится практически во всех учебниках по релятивистской теории гравитации. Главное отличие настоящего курса лекций от имеющихся учебников состоит в использовании математического аппарата дифференциальной геометрии, сформулированной на языке дифференциальных форм, и во включении появившихся за последние годы экспериментальных данных.

Нам представляется, что предлагаемый курс лекций может быть полезным для широкого круга читателей: студентов, аспирантов, преподавателей и научных работников физических специальностей.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

Дать студентам знания необходимые для описания различных физических явлений в области приложений (введение в дифференциальную геометрию на основе современного математического аппарата, применение аппарата дифференциальной геометрии при построении релятивистской теории гравитации, т.е. ОТО. В результате определяются все необходимые понятия и величины, при помощи которых формулируются как основное уравнение теории --- уравнение Эйнштейна, так и уравнения движения материи. При помощи установленных уравнений решается ряд фундаментальных задач естествознания.

Задачи дисциплины

- Изучение краткого курса дифференциальной геометрии при помощи аппарата дифференциальных форм;
- определение основных понятий и величин, формулировка уравнений, используемых в ОТО, важнейшее из которых --- уравнение Эйнштейна;

- нахождение ряда решений уравнения Эйнштейна (линеаризованный случай, включая гравитационное излучение; центрально-симметричное решение, включающее чернотырное; глобальные модели Вселенной по Фридману);
- овладение студентами методами дифференциальной геометрии и их приложения к решению задач ОТО.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.1 Понимает принципы работы используемого оборудования (специализированных пакетов прикладных программ)

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- Основы дифференциальной геометрии (тензорный анализ на многообразиях, аппарат дифференциальных форм, теорию связности на метрических многообразиях, тензоры кривизны и кручения), постулаты и принципы Общей теории относительности, релятивистской механики в искривленном пространстве-времени;
- основные уравнения ОТО, главным из которых является уравнение Эйнштейна;
- свойства и основные методы решения уравнения Эйнштейна, включая случай слабых гравитационных полей, сильных полей в центрально-симметричном случае, а также модели Вселенной по Фридману, лежащие в основе всей современной космологии.

уметь:

- Пользоваться аппаратом тензорного анализа на многообразиях;
- пользоваться аппаратом дифференциальных форм;
- уметь представлять тензоры кривизны и кручения при помощи аппарата дифференциальных форм (уравнения Картана);
- свободно владеть основными уравнениями ОТО;
- решать задачи про излучение гравитационных волн в квадрупольном приближении, т.е. в нерелятивистском случае;
- решать уравнения ОТО в центрально-симметричном случае (черная дыра), а также в случае однородного и изотропного пространства (модели Вселенной по Фридману).

владеть:

- Основными методами математического аппарата Общей теории относительности, релятивистской механики в кривом пространстве-времени;
- навыками теоретического анализа реальных задач, связанных как со свойствами искривленного пространства-времени и материи, включая системы заряженных частиц, взаимодействующих с электромагнитным полем, так и со свойствами самого гравитационного поля, связанного или несвязанного с материей.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Определение многообразий, векторных и тензорных полей на многообразиях и операций с ними	3	3		5
2	Определение дифференциальных форм на многообразиях, дифференцирование и интегрирование форм	3	3		5
3	Связность и метрика на многообразии; связность, согласованная с метрикой	4	2		5
4	Уравнение геодезической. Тензоры кривизны и кручения. Уравнения Картана. Нормальные координаты Римана	3	2		5
5	Постулаты ОТО. Действие системы массивных заряженных частиц в ОТО, тензор энергии-импульса материи и закон его «сохранения»	3	4		5
6	Уравнение Эйнштейна, псевдотензор энергии-импульса и закон сохранения энергии в ОТО	3	4		5
7	Гравитационные волны. Излучение гравитационных волн в нерелятивистском случае (квадрупольное излучение)	3	4		5
8	Центрально-симметричное решение. Метрика Шварцшильда. Физика черных дыр	4	4		5
9	Однородные и изотропные модели Вселенной. Физика моделей Фридмана	4	4		5
Итого часов		30	30		45
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

1. Определение многообразий, векторных и тензорных полей на многообразиях и операций с ними

Определение многообразий. Многообразия с краем. Касательное пространство к многообразию. Отображение касательных пространств при отображении многообразий. Кокасательное пространство. Тензоры общего вида и тензорные поля на многообразии и операции с ними (сложение, тензорное умножение, свертка).

2. Определение дифференциальных форм на многообразиях, дифференцирование и интегрирование форм

Определение дифференциальных форм на многообразии как полилинейных кососимметричных форм на векторных полях. Внешнее дифференцирование дифференциальных форм и его свойства. Интегрирование дифференциальных форм. Формула Стокса. Сравнение с известными формулами из математического анализа: Гаусса-Остроградского и т.д.

3. Связность и метрика на многообразии; связность, согласованная с метрикой

Определение связности на многообразии, действующей на векторные поля. Распространение действия связности на произвольные тензорные поля. Введение метрики на многообразии. Определение связности, согласованной с метрикой. Символы Кристоффеля.

4. Уравнение геодезической. Тензоры кривизны и кручения. Уравнения Картана. Нормальные координаты Римана

Постулирование уравнения геодезической. Вывод уравнения геодезической из вариационного принципа. Определение и геометрический смысл тензоров кривизны и кручения при помощи уравнений Картана. Использование уравнений Картана для явного вычисления тензора Римана в простых примерах (двумерная сфера). Определение нормальных координат Римана и (локально) метрического тензора в этих координатах.

5. Постулаты ОТО. Действие системы массивных заряженных частиц в ОТО, тензор энергии-импульса материи и закон его «сохранения»

Формулировка трех основных постулатов ОТО. Вывод при помощи постулатов с использованием нормальных координат Римана уравнения движения свободной частицы. Этим уравнением является уравнение геодезической. Обобщение действия системы заряженных частиц и электромагнитного поля в ОТО. Вывод уравнений движения для этой системы. Тензор энергии-импульса материи на примере системы заряженных частиц и электромагнитного поля в ОТО. Определение тензора энергии-импульса материи для любой материальной системы, описываемой действием. Закон «сохранения» тензора энергии-импульса материи.

6. Уравнение Эйнштейна, псевдотензор энергии-импульса и закон сохранения энергии в ОТО

Логический вывод уравнения Эйнштейна, исходя из постулатов и нерелятивистского предела. Формальный вывод уравнения Эйнштейна из принципа наименьшего действия. Псевдотензор энергии-импульса гравитационного поля и закон сохранения энергии-импульса в ОТО.

7. Гравитационные волны. Излучение гравитационных волн в нерелятивистском случае (квадрупольное излучение)

Фиксация координат при помощи гармонического условия. Линеаризация уравнения Эйнштейна. Изучение свойств плоских гравитационных волн: распространение со скоростью света, спиральность плюс/минус два. Изучение запаздывающего решения линеаризованного уравнения Эйнштейна и выделение из него гравитационного излучения. Разложение по обратной скорости света (нерелятивистский случай) и формула для интенсивности квадрупольного излучения.

8. Центральное-симметричное решение. Метрика Шварцшильда. Физика черных дыр

Нахождение центрально-симметричного решения в пустоте и при наличии статического центрального электрического заряда. Метрика Шварцшильда и её свойства. Наиболее общие координаты в центрально-симметричном случае: координаты Крускала. Доказательство при помощи координат Крускала того факта, что пробная частица за конечное собственное время достигает особенности черной дыры, а также того что за гравитационным радиусом движение возможно лишь к центру. Доказательство при помощи оценок Чандрасекара того что нейтронная звезда с массой большей критической начинает коллапсировать под действием гравитационных сил, превращаясь в черную дыру.

9. Однородные и изотропные модели Вселенной. Физика моделей Фридмана

Изотропное пространство. Закрытая изотропная модель. Открытая изотропная модель. Красное смещение.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

- а) Необходимое оборудование для лекций и практических занятий: доска, мел, тряпка. Желательно также применение мультимедийного оборудования (проектор), для лучшей организации лекции.
- б) Необходимое программное обеспечение: не требуется

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Лекции по общей теории относительности [Текст] / С. Н. Вергелес ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) - М.МФТИ, 2017
2. Теоретическая физика [Текст] : в 10 т. Т. 2 : Теория поля : учеб. пособие для вузов / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц ; под. ред. Л. П. Питаевского .— 8-е изд., стереотип. — М. : Физматлит, 2001, 2003, 2006, 2012, 2014 .— 536 с.

Дополнительная литература

1. Общая теория относительности [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / П. А. М. Дирак ; пер. с англ. Г. В. Исаева ; под ред. Д. И. Блохинцева .— М. : Атомиздат, 1978 .— 65 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Программой не предусмотрено

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Индивидуальная работа предполагает самостоятельное выполнение студентом определенного в «Задании» набора упражнений и задач в соответствии с тематикой семинарских занятий. При необходимости студент получает консультацию по выполнению отдельных задач у преподавателя ведущего занятия как во время проведения семинарских занятий, так и во внеурочное время по согласованию с преподавателем. «Задание» раздается всем студентам в виде учебно-методического материала, содержащего программу курса и упражнения, и задачи, включенные в два домашних задания. Студент также имеет возможность в течение семестра получать консультации по выполнению курсовой работы.

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Прикладные математика и физика
профиль подготовки:	Фундаментальная и прикладная физика природных систем Физтех-школа Аэрокосмических Технологий кафедра теоретической физики им. Л.Д. Ландау
курс:	<u>1</u>
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Разработчик: С.Н. Вергелес, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-3 Способен выбирать и (или) разрабатывать подходы к решению типовых и новых задач в области профессиональной деятельности, учитывая особенности и ограничения различных методов решения	ОПК-3.2 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
ОПК-5 Способен и готов к повышению квалификации, профессиональному росту и руководству коллективом в сфере своей профессиональной деятельности, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия	ОПК-5.1 Способен работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
ПК-2 Способен самостоятельно или в качестве члена (руководителя) малого коллектива организовывать и проводить научные исследования и их апробацию	ПК-2.1 Способен планировать и проводить научные исследования самостоятельно или в составе научного коллектива
ПК-3 Способен профессионально работать с исследовательским и испытательным оборудованием (приборами и установками, специализированными пакетами прикладных программ) в избранной предметной области	ПК-3.1 Понимает принципы работы используемого оборудования (специализированных пакетов прикладных программ)

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Основы общей теории относительности» обучающийся должен:

знать:

- Основы дифференциальной геометрии (тензорный анализ на многообразиях, аппарат дифференциальных форм, теорию связности на метрических многообразиях, тензоры кривизны и кручения), постулаты и принципы Общей теории относительности, релятивистской механики в искривленном пространстве-времени;
- основные уравнения ОТО, главным из которых является уравнение Эйнштейна;
- свойства и основные методы решения уравнения Эйнштейна, включая случай слабых гравитационных полей, сильных полей в центрально-симметричном случае, а также модели Вселенной по Фридману, лежащие в основе всей современной космологии.

уметь:

- Пользоваться аппаратом тензорного анализа на многообразиях;
- пользоваться аппаратом дифференциальных форм;
- уметь представлять тензоры кривизны и кручения при помощи аппарата дифференциальных форм (уравнения Картана);
- свободно владеть основными уравнениями ОТО;
- решать задачи про излучение гравитационных волн в квадрупольном приближении, т.е. в нерелятивистском случае;
- решать уравнения ОТО в центрально-симметричном случае (черная дыра), а также в случае однородного и изотропного пространства (модели Вселенной по Фридману).

владеть:

- Основными методами математического аппарата Общей теории относительности, релятивистской механики в кривом пространстве-времени;
- навыками теоретического анализа реальных задач, связанных как со свойствами искривленного пространства-времени и материи, включая системы заряженных частиц, взаимодействующих с электромагнитным полем, так и со свойствами самого гравитационного поля, связанного или несвязанного с материей.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков

Аттестация по дисциплине «Основы общей теории относительности» осуществляется в форме итогового экзамена после осеннего семестра изучения.

Умения и навыки студентов определяются по итогам сдачи домашних заданий. Всего студентам предлагается два домашних задания в семестр. Задание содержит три типа задач и упражнений. Типовые задачи и упражнения разбираются на семинарских (практических) занятиях. Аналогичные задачи и упражнения студенты должны решить самостоятельно, используя рекомендованную литературу. Кроме того, студентам предлагаются специально помеченные задачи повышенной сложности. Решение таких задач требует от студента навыков и представляет собой оценку навыков решения задач повышенной сложности.

Навыки студентов проверяются в результате решения контрольных работ, которые проводятся во время аудиторных занятий. Задачи аналогичны типовым задачам, включенным в домашние задания, как рассмотренных на семинарских (практических) занятиях, так и предлагаемых для самостоятельного решения. Задания контрольных работ оценены в определенную сумму баллов, что позволяет оценить уровень умения и навыков студентов.

Примеры контрольных заданий:

1. Определить основные свойства электронейтральной плазмы.
 - А. Вычислить поляризационный оператор и радиус экранирования низко температурной плазмы.
 - Б. Определить пространственную и временную дисперсию поляризационного оператора в пределе высокой плотности.
 - В. Определить поправки к уравнению состояния низко- и высокотемпературной плазмы.

Каждый вопрос задания оценен в определенную сумму баллов в зависимости от сложности и уровня (знания, умения и навыки). Полная сумма баллов примера контрольной работы равна 50.

Конкретные условия набора баллов за работу в семестре могут зависеть от лекционного потока и определяются лектором. Общим остается следующее правило.

В течение семестра студент набирает сумму баллов по результатам тестовых опросов (например, 50 баллов), по результатам сдачи двух заданий (например, 80 баллов) и по результатам двух контрольных (например, 100 баллов). Кроме того, за решение задач повышенной сложности домашнего задания студент может набрать премиальные (бонусные) баллы по двум заданиям (например, 30 баллов). Полный балл оценивается в данном случае суммой 230 баллов. По результатам итогового рейтинга студент может набрать некоторую сумму, которая оценивается в % относительно полного балла.

3а. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков (осенний семестр)

Итоговая экзаменационная оценка выставляется студенту с учетом оценки его работы в семестре.

Экзамен проводится в устной форме. Экзаменационные билеты могут содержать наряду с теоретическими вопросами, также и типовые задачи. Форма билета определяется лектором и зависит от лекционного потока.

Традиционная форма билета содержит 2 теоретических вопроса и одну типовую задачу.

Ответ студента оценивается по 10-балльной шкале.

Билеты также могут состоять из 3 – 5 относительно простых вопросов и вопроса (вопросов) повышенной сложности. Простые вопросы оценивают уровень знаний. Сложные вопросы оценивают уровень умений и навыков.

Пример билета с вопросами разного уровня:

1. Вычислить амплитуду туннельного тока для случая контакта двух одинаковых сверхпроводников.
2. Найти уравнение состояния для модели Хаббарда с бесконечным отталкиванием.
3. Вычислить амплитуду рассеяния спиновых волн в приближении Борна-Дайсона.
4. Записать лестничное уравнение для двух возбуждений с противоположным знаком проекции спина, относящихся к нижней хаббардовской зоне.

36. Критерии оценивания

Студенты, получившие за работу в семестре к началу экзаменационной сессии оценку «неудовлетворительно» (менее 30% усвоения материала), считаются не усвоившими материал и не выполнившими задания курса, поэтому к экзамену не допускаются.

Студенты, ответившие на 4 вопроса, получают оценку «отлично» (8).

Итоговая оценка выставляется в соответствии со схемой:

Оценка	Баллы	Критерии
Отлично	10	10 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 8. 9 баллов за экзамен и 10 баллов за работу в семестре
	9	9 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 8.
	8	8 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 6. 7 баллов за экзамен и более 8 баллов за работу в семестре
Хорошо	7	7 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 5. 6 баллов за экзамен и более 8 баллов за работу в семестре
	6	6 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 5. 5 баллов за экзамен и более 7 баллов за работу в семестре
	5	5 баллов за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 3.
удовлетворительно	4	4 балла за экзамен и оценка за работу в семестре не ниже 3.
	3	3 балла за экзамен и оценка за работу в семестре 3.

неудовлетворительно	2	2 балла за экзамен и оценка за работу в семестре 3.
	1	1 балл за экзамен и оценка за работу в семестре 3.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Студенты, допущенные к экзамену, отвечают на вопросы билета, имея возможность на подготовку не менее 1 часа. Ответы представляются в письменном виде, по которым проводится устное собеседование.

Оценка за ответ на билет выставляется в соответствии со следующим критериями:

Студент, ответивший правильно

на 1 вопрос, получает оценку «неудовл» (1);

на 2 вопроса, получает оценку «удовл» (3) или (4), в зависимости от полноты правильных ответов и ответов на другие вопросы;

на 3 вопроса, получает оценку «хорошо» (5), (6) или (7), в зависимости от полноты правильных ответов и ответов на другие вопросы;

на 4 вопроса, получает оценку «отлично» (8), (9) или (10), в зависимости от полноты правильных ответов и ответов на другие вопросы;

Во время проведения экзамена студенты могут пользоваться программой дисциплины и сборниками домашних заданий. Учебной, учебно-методической и справочной литературой пользоваться во время экзамена не допускается. Во время экзамена должны быть также выключены мобильные телефоны.

Перед началом экзаменационной сессии студенты получают перечень вопросов, ответы на которые необходимо знать для успешной сдачи экзамена. Формулировки вопросов в билетах студенты узнают во время консультаций.

Студенты, получившие итоговую оценку «отлично» (10) и решившие и защитившие задачи повышенной сложности домашнего задания, могут получить дополнительные зачетные единицы по курсу.